

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2020



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \log\left(\frac{2-x}{x+5}\right)$$

Dominio	$E = (-5, 2)$
Positività	$P = (-3/2, 0)$
Intersezioni	$A(-3/2; 0) \quad B(0; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 3x} - \sqrt{9x^2 + 5x + 1})$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \cdot e^{x^2-4} - 2}{x^2 - 4}$

Soluzioni	$-4/3; 9/4$
-----------	-------------

Domanda 3 (punti 3, 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x - 4}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 - 8x - 20}{(x-4)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{4\}$
Estremi	$M(-2; 0) \quad m(10; 24)$ cresce in $(-\infty, -2) \cup (10, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(x^2 + 4x + 5)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x + 4}{x^2 + 4x + 5} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{-2(x^2 + 4x + 3)}{(x^2 + 4x + 5)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; \log 2); F_2(-1; \log 2)$ convessa in $(-3, -1)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{-3x^3 + 2x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 6}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}$
As. verticali	$x = -3$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = -3x + 5$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*, 4).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(-2x) dx$$

Integrale definito	primitiva: $x + 8\sqrt{x} + 32 \log \sqrt{x}-4 $ $9 + 32 \log \frac{3}{4} \approx -0,21$
Integrale indefinito	$\frac{1}{4} x^2 \cdot (2 \log(-2x) - 1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*, 4).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + y + 2z = 2 \\ k \cdot x - 3y + k \cdot z = 1 \\ k \cdot x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -3; 4$: incompatibile $k \neq -3; 4$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-4k+11}{k^2-k-12}; y = \frac{2k^2-8k+4}{k^2-k-12}; z = \frac{11k-36}{k^2-k-12}$

Domanda 8 (punti 4, 8*, 6).** Data la funzione $z = f(x, y) = 2x \cdot y + 2y^2 - 4x - 4y - 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + y = 6$.

Derivate parziali	$f_x = 2y - 4 \quad f_y = 2x + 4y - 4$
Estremi liberi	$S(-2; 2) \quad z = -1 \quad H = -4$
Estremi vincolati	$m(4; -2) \quad \lambda = -4 \quad z = -17$ $H = -8$

Domande teoriche.

- 1) Definizione di punto di flesso con condizioni necessarie e sufficienti (punti 2, 4*, 3**)
- 2) Definizione di derivata e significato geometrico (punti 2, 4*, 3**)
- 3) Condizioni affinché un sistema lineare abbia una soluzione unica (punti 2, 4*, 4**)

*Punteggi esercizi solo II parte con I parte svolta a gennaio contrassegnati con * (solo II parte dopo prova intermedia di novembre con **).*